
TD 02 – Haine, Paix

Exercice 1.*Retour sur le match*

Trouver la manière la plus efficace pour simuler une machine de Turing

1. à k rubans par une machine à un ruban ; (Question corrigée la semaine dernière)
2. à k rubans par une machine à deux rubans. (Question corrigée la semaine dernière)

Définition. Une machine de Turing est dite *oublieuse*¹ si sur une entrée x , la position de la tête de lecture à l'instant i ne dépend que de i et de $|x|$.

3. Expliquer comment simuler une machine de Turing par une machine oublieuse à un ruban, et estimer le temps de la simulation.
4. De même avec deux rubans.
5. Montrer enfin qu'il existe une machine de Turing universelle, oublieuse qui calcule en temps $O(T \log(T))$ où T est le temps mis par la machine simulée.

Exercice 2.*Lunaire*On note $E = \bigcup_{c>0} \text{DTIME}(2^{cn})$ et $\text{EXP} = \bigcup_{c>0} \text{DTIME}(2^{n^c})$.

1. Définir NE et NEXP par analogie avec NP.
2. Montrer que si tout langage unaire² de NP est dans P, alors $E = \text{NE}$.
3. Montrer que $E = \text{NE}$ implique $\text{EXP} = \text{NEXP}$.
4. Si $\text{EXP} \neq \text{NEXP}$, que peut-on dire de P et NP ?

Exercice 3.*(Le) cours, Forest ! (Le) cours !*

1. Montrer que $\text{coP} = \text{P}$.
2. Montrer que $L \in \text{coNP}$ ssi il existe un polynôme p et $L' \in \text{P}$ tels que

$$x \in L \iff \forall u \in \{0,1\}^{p(|x|)}, \langle x, u \rangle \in L'.$$

3. Montrer que s'il existe un langage de NP qui est coNP-difficile, alors $\text{NP} = \text{coNP}$.
4. Montrer qu'un langage L est NP-complet ssi \bar{L} est coNP-complet.

1. *Oblivious*, en anglais.

2. Un langage est dit unaire s'il est inclus dans $\{1\}^*$.