

---

**TD04 - Langages rationnels**

---

**Exercice 1.***Automate* → *Automate*

Définition : Soit  $P$  une partition.  $q$  et  $q'$  sont séparables relativement à  $P$  s'il existe  $a$  et  $\delta(q, a)$  et  $\delta'(q', a)$  qui ne sont pas dans le même ensemble de la partition.

Algorithme pour trouver les paires distinguables :

- Éliminer les états non accessibles depuis l'état initial.
  - Partition de départ :  $F, Q \setminus F$
  - Répéter jusqu'à obtenir 2 fois la même partition
    - pour chaque coupe d'états  $(q, q')$  du même sous-ensemble de la partition, regarder s'ils sont séparables et dans ce cas, raffiner la partition.
1. Écrire un algorithme qui minimise un automate déterministe.
  2. Faire tourner l'algorithme sur l'exemple suivant :

3. Montrer que l'algorithme s'arrête (en au plus  $Q^4$  étapes).

4. Montrer que l'automate obtenu est bien équivalent à l'automate initial.

5. Montrer que l'automate obtenu est minimal.

6. Application : Trouver un algorithme pour déterminer si deux expressions rationnelles reconnaissent le même langage.

**Exercice 2.***Incohérence...*

1. Trouver un langage non régulier qui passe le lemme de l'étoile.

2. En conclure que le lemme de l'étoile est faux.

**Exercice 3.**

*Trouver de la place*

1. Soit  $A$  un langage régulier infini. Prouvez qu'on peut scinder  $A$  en deux sous-ensembles réguliers infinis.

Soient  $B$  et  $D$  deux langages. On note  $B \Subset D$  si  $B \subseteq D$  et  $D \setminus B$  est infini.

2. Montrez que pour tous langages réguliers  $B$  et  $D$  tels que  $B \Subset D$  il existe un langage  $C$  régulier tel que  $B \Subset C \Subset D$ .