


TD05 – Grands-mères hors-contextes

Exercice 1.*Retour sur le cours*

 Faire tourner l'algorithme de décision des formules du premier ordre de l'arithmétique de Pressburger sur les exemples suivants :


1. $\exists y \exists z [(\exists t z + t = y) \wedge y + y = z]$
2. $\forall x \exists y (y + y = x)$
3. $\forall x \exists y (x + x = y)$

Exercice 2.*Échauffement avec Dick et Luckasiewicz*

 Quels sont les langages engendrés par les grammaires suivantes ?

1. $S \rightarrow aSb \mid \varepsilon$
2. $S \rightarrow aS \mid aSbS \mid \varepsilon$
3. $S \rightarrow ST + \varepsilon$
 $T \rightarrow a_1S\bar{a}_1 + \dots + a_nS\bar{a}_n$
4. $S \rightarrow aSS + \bar{a}$

Exercice 3.*Arrière ! Grammaires*

 Donner des grammaires algébriques engendrant les langages suivants.

1. L'ensemble des palindromes sur $\{a, b\}$ et son complémentaire.
2. L'ensemble des mots sur $\{a, b\}$ de longueur impaire.
3. L'ensemble des mots sur $\{a, b\}$ ayant le même nombre d'occurrences de a que de b .
4. L'ensemble des mots sur $\{a, b\}$ ayant deux fois plus de a que de b .
5. $\{w\#\bar{w}\#, w \in (a+b)^*\}$.
6. $\{w\#w'|w, w' \in (a+b)^* \text{ et } w \neq w'\}$.
7. L'ensemble des mots de $(a+b)^*$ qui ne sont pas de la forme ww .

Exercice 4.*Grammaire certainement ambiguë*

1. Montrer que la grammaire suivante est ambiguë.

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid a \mid b$$

2. Trouver une grammaire non-ambiguë qui reconnaît le même langage que la grammaire précédente.
3. Trouver une grammaire hors-contexte qui reconnaît le langage

$$A = \left\{ a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ et } (i = j \text{ ou } j = k) \right\}$$

4. Montrer que toute grammaire pour le langage précédent est ambiguë.