

---

**TD07 – Automate appeal**


---

**Exercice 1.***Dessine-moi un automate.*

Donner des automates à piles reconnaissant les langages suivants.

$$L_1 = \{u \in \{a, b\}^*, |u|_a = |u|_b\}.$$

$$L_2 = \{u \in \{a, b\}^*, |u|_a \geq |u|_b\}.$$

$$L_3 = \{u \in \{a, b\}^*, |u|_a = 2|u|_b\}.$$

$$L_4 = \{\text{bin}(i)\#\overline{\text{bin}(i+1)}, \text{ où } \text{bin}(i) \text{ est l'écriture binaire de } i\}.$$

$$L_5 = \{a^i b^j c^k, i = j \text{ ou } i = k\}.$$

$$L_6 = \{a^i b^j c^k, i \neq j \text{ ou } j \neq k\}.$$

**Exercice 2.***Un peu de nettoyage*

Notation : Pour un automate à pile, on appellera configuration de l'automate, un triplet  $(q, p, m)$  où  $q$  est l'état courant,  $p \in \mathcal{Z}^*$  est le mot sur la pile et  $m \in \mathcal{A}^*$  est le mot qu'il reste à lire en entrée.

On définit les automates à pile reconnaissant par pile vide. Ce sont des automates à pile classiques qui commencent avec une lettre  $Z_0$  dans leur pile (ie dans la configuration :  $(q_0, Z_0, m)$ ) et qui acceptent le mot  $m$  s'ils atteignent la configuration  $(q, \varepsilon, \varepsilon)$ .

 Montrez que l'ensemble des langages reconnaissables par pile vide est exactement l'ensemble des langages algébriques.

**Exercice 3.***Clin d'œil au DM*Comparer  $h \circ h^{-1}$ ,  $h^{-1} \circ h$  et  $id$  pour  $h$  morphisme :  $\Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$