# TD8 - Les Shadocks

**Exercice 1.** *Pompons !*

**1.** Montrer ques les langages suivants sont non-algébriques.

1. $A = \{a^i b^j c^k | 0 \leq i \leq j \leq k\}$
2. $B = \{ww | w \in \{0,1\}^*\}$

**2.** En déduire que les langages algébriques ne sont pas stables ni par complémentaire, ni par intersection. (On pourra utiliser les résultats des TDs précédents)

**3.** Montrer que le langage $C = \{a^n b^n c^m | n, m \geq 0\} \cup \{a^m b^n c^n | n, m \geq 0\}$ est intrinsèquement ambigu. (ie, toute grammaire qui l'engendre est ambiguë)

**Exercice 2.** *Plus qu'une lettre*

✎ Montrer que tout langage algébrique sur l'alphabet $\{a\}$ est rationnel (on pourra montrer qu'il existe un $N_0$ et un $p$ tels que pour tout mot $w$, si $|w| > N_0$ alors $w(a^p)^* \subseteq L$).

**Exercice 3.** *Mélange*

Soit $\Sigma$ un alphabet fini. Soient $u$ et $v$ deux mots sur $\Sigma^*$. On appelle mélange des mots $u$ et $v$, et l'on note $\mathrm{Mel}(u, v)$ l'ensemble des mots de $\Sigma^*$ défini par :

– si $u = \varepsilon$, $\mathrm{Mel}(u, v) = \{v\}$
– si $v = \varepsilon$, $\mathrm{Mel}(u, v) = \{u\}$
– si $u = xu'$ et $v = yv'$ avec $x, y \in \Sigma$, $\mathrm{Mel}(u, v) = x.\mathrm{Mel}(u', v) \cup y.\mathrm{Mel}(u, v')$.

Si $L$ et $L'$ sont deux langages, on définit $\mathrm{Mel}(L, L') = \bigcup_{u \in L, v \in L'} \mathrm{Mel}(u, v)$.

**1.** On prend $\Sigma = \{a, b\}$ et l'on considère les deux langages $L = (aa)^*$ et $L' = (bbb)^*$. Montrer que $\mathrm{Mel}(L, L')$ est rationnel.

**2.** Le mélange de deux langages rationnels est-il toujours rationnel ?

**3.** Soit $\Sigma = \{a, b, c\}$. On considère $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ et $L' = c^*$. Montrer que $\mathrm{Mel}(L, L')$ est algébrique.

**4.** Montrer que le mélange d'un langage rationnel et d'un langage algébrique est algébrique.

**5.** Qu'en est-il du mélange de deux langages algébriques ?